

Untersuchung einer
Spinwelleninstabilität bei
antiferromagnetischer Resonanz

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR ERLANGUNG DER PHILOSOPHISCHEN DOKTORWÜRDE

vorgelegt der

PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT II

DER UNIVERSITÄT ZÜRICH

von

WILFRIED FLOEDER

aus

Waldshut-Tiengen (BRD)

Begutachtet von Herrn Prof. Dr. F. Waldner

Zürich 1986

Zentralstelle der Studentenschaft

Untersuchung einer
Spinwelleninstabilität bei
antiferromagnetischer Resonanz

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR ERLANGUNG DER PHILOSOPHISCHEN DOKTORWÜRDE

vorgelegt der

PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT II

DER UNIVERSITÄT ZÜRICH

von

WILFRIED FLOEDER

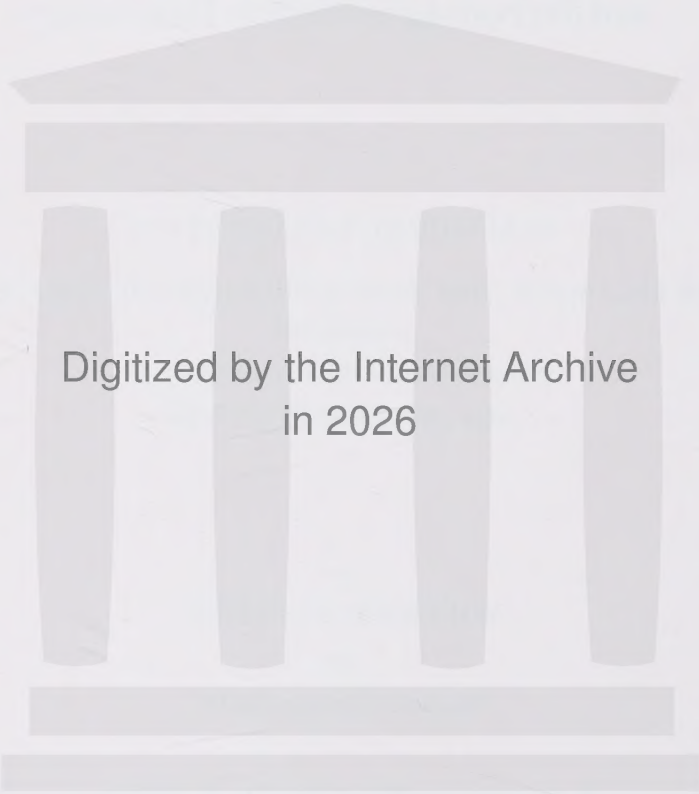
aus

Waldshut-Tiengen (BRD)

Begutachtet von Herrn Prof. Dr. F. Waldner

Zürich 1986

Zentralstelle der Studentenschaft



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41507227_0014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Einführung in das Parallelpumpen	3
3	Der Antiferro-Ferromagnet $(CH_2NH_3)_2CuCl_4$	8
3.1	Kristallstruktur	8
3.2	Magnetismus	8
4	Ausführung des Experiments	10
4.1	Die Apparatur	10
4.2	Das Experiment	11
4.2.1	Der gemessene Transient	14
4.3	Datenerfassung	16
5	Berechnung des Transienten der Absorption	17
5.1	Einleitung	17
5.2	Berechnung des Transienten mit Hilfe der 2.Quantisierung .	17
5.3	Das Stroboskopische Modell	19
5.3.1	Der mit dem Stroboskopischen Modell berechnete Transient	20
5.4	Vergleich: Stroboskopisches Modell-2.Quantisierung	22
6	Die Messergebnisse und ihr Vergleich mit dem Stroboskopischen Modell	25
6.1	Einleitung	25
6.2	Die Verzögerungszeit	25
6.3	Fluktuationen der Verzögerungszeit	29
6.3.1	Bedeutung des Fixpunktes $\theta = 0$	31
6.3.2	Beschreibung der Fluktuationen mit dem Stroboskopischen Modell	32
6.3.3	'Critical Slowing Down'	35
6.4	Die gemessene stationäre Absorption	35
6.4.1	Einzelne Spinwellenmoden?	38
6.5	Die Anstiegszeit	40

7	Parallelpumpen und Optische Bistabilität	43
8	Zusammenfassung	46
	A nhang	49
	Literaturverzeichnis	51
	Verdankungen	53
	Lebenslauf	54

1 Einleitung

Nichtlineare Systeme sind wegen ihrer Vielseitigkeit ein interessantes Studienobjekt. Das grosse Interesse an der Erforschung nichtlinearer Phänomene ist sichtbar an der in den letzten Jahren stark zugenommenen Anzahl von Veröffentlichungen. Nur zwei Aspekte dieses umfangreichen Gebietes seien hier erwähnt: Optische Bistabilität und chaotisches Verhalten, welches in vielen Systemen beobachtet wurde.

Magnete sind nichtlineare Systeme. In einem konventionellen Resonanzexperiment (Mikrowellenfeld senkrecht zum statischen Magnetfeld) zeigen sich nichtlineare Effekte erst bei grossen Mikrowellenleistungen (*subsidiary resonance*). Unter parametrischer Anregung (Mikrowellenfeld parallel zum statischen Feld, Parallelpumpen) reagiert ein magnetisches System hochgradig nichtlinear. Für Mikrowellenfelder, die grösser sind als ein Schwellenfeld, werden beim Parallelpumpen zusätzlich zu den thermisch angeregten Spinwellen auch kohärente Spinwellen erzeugt. In der Nähe des Schwellenfeldes zeigen sie ein ähnliches Verhalten wie bei einem 2.Ordnungs-Phasenübergang.

Für einen 2.Ordnungs-Phasenübergang ist der wesentliche Parameter die Temperatur; es wird thermische Energie zugeführt. Der Übergang wird charakterisiert durch kritische Exponenten. Beim Parallelpumpen ist der wesentliche Parameter das Pumpfeld; es wird kohärente Energie zugeführt, die eine langreichweitige Ordnung erzeugt. Die Anregung kohärenter Spinwellen am Schwellenwert wird deshalb mit klassischen Exponenten beschrieben. Kohärente Spinwellen relaxieren gemäss der Spin-Spin-Wechselwirkung in neue Spinwellen und geben ihre Energie wegen der Spin-Gitter-Relaxation schliesslich an das Gitter ab. Beim Parallelpumpen stellt sich ein dynamisches Gleichgewicht zwischen Spinwellenerzeugung und -zerfall ein. Die Erzeugung von kohärenten Spinwellen an der Schwelle stellt einen dynamischen Phasenübergang dar.

Ein einfaches Beispiel für ein nichtlineares System ist das mathematische Pendel: Es lässt sich linear anregen, indem sein Faden in horizontaler Richtung periodisch mit der Eigenfrequenz des Pendels bewegt wird. Dabei zeigt es für grosse Auslenkungen nichtlineares Verhalten. Es ist aber auch eine nichtlineare Anregung möglich durch vertikale Bewegung des Fadens mit der doppelten Eigenfrequenz (parametrische Anregung).

In dieser Arbeit wird der dynamische Phasenübergang für die Anregung kohärenter Spinwellen in einem magnetischen System untersucht:

'Knapp' über dem Schwellenfeld tritt die Mikrowellenabsorption verzögert auf. Die Verzögerungszeit divergiert an der Schwelle ('Critical Slowing Down'). Für den Einsatz der parametrischen Anregung ist eine Symmetriebrechung erforderlich; diese wird im Experiment durch thermische Fluktuationen verursacht. Thermische Fluktuationen zeigten sich im Experiment 'dicht' an der Schwelle anhand von Fluktuationen der Verzögerungszeit.

Die Verzögerungszeit und die Mikrowellenabsorption lassen sich für den dynamischen Phasenübergang mit klassischen Exponenten beschreiben in Übereinstimmung mit der durch das Mikrowellenfeld erzeugten langreichweitigen Ordnung.

Im Experiment wurde als magnetisches System der Schicht-Antiferro-Ferromagnet $(CH_2NH_3)_2CuCl_4$ verwendet. Dieser zeichnet sich durch ein extrem niedriges Schwellenfeld bei tiefen Temperaturen aus. Dadurch war es möglich, sehr präzise Messungen im Bereich des Schwellenfeldes durchzuführen.

Zur Simulation von Parallelpumpen wird das neue Stroboskopische Modell benutzt. Im Gegensatz zur 2.Quantisierung gilt es auch für grosse Auslenkungen der Spins exakt. Ausserdem ist die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Absorption mit dem Stroboskopischen Modell wesentlich einfacher als mit der 2.Quantisierung. Das Stroboskopische Modell beschreibt die Messergebnisse quantitativ.

Diese Arbeit ist folgendermassen gegliedert:

Kapitel 2 gibt eine Einführung in das Parallelpumpen, Kapitel 3 stellt die im Experiment verwendete Probe vor, und im Kapitel 4 werden die Messapparatur, das Experiment und ein gemessener Transient der Absorption gezeigt.

Kapitel 5 beginnt mit einer Berechnung des Transienten der Absorption mit Hilfe der 2.Quantisierung. Ferner wird das neue Stroboskopische Modell vorgestellt und der mit dem Modell berechnete Transient präsentiert. Schliesslich werden das Stroboskopische Modell und die 2.Quantisierung miteinander verglichen.

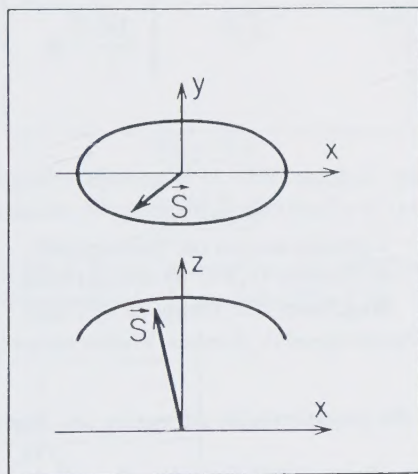
In Kapitel 6 wird der Transient der Absorption in Abhängigkeit vom Mikrowellenfeld untersucht und die Ergebnisse mit dem Stroboskopischen Modell verglichen.

Kapitel 7 vergleicht das Parallelpumpen mit der Optischen Bistabilität. Zum Schluss folgt eine Zusammenfassung.

2 Einführung in das Parallelpumpen

Die Parallelpumpentechnik [Morgenthaler 1960, Schlömann 1960] ermöglicht die parametrische Anregung von Spinwellen [Keffer 1966]. Dabei wird das Mikrowellenfeld nicht wie beim konventionellen Resonanzexperiment senkrecht zum statischen Magnetfeld gerichtet, sondern parallel dazu.

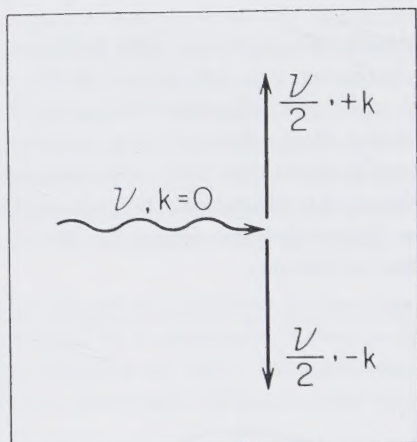
Damit das Mikrowellenfeld an die Elektronenspins koppelt ist es notwendig, dass die Spins elliptisch präzessieren. Dadurch oszillieren ihre z -Komponenten mit doppelter Larmorfrequenz (Fig.2.1). Dies ist der Fall in Proben mit orthorhombischer Anisotropie.



Figur 2.1

Elliptische Präzession eines Spins mit konstanter Länge: seine z -Komponente oszilliert mit doppelter Präzessionsfrequenz

Durch Parallelpumpen mit ungefähr der doppelten Larmorfrequenz werden Magnonenpaare mit der halben Pumpfrequenz und entgegengesetzt gleichen Wellenvektoren erzeugt. Dieser Sachverhalt ist in Fig.2.2 im Teilchenbild veranschaulicht.



Figur 2.2

Parallelpumpen im Teilchenbild:
 ein Photon ($\nu, k = 0$) erzeugt zwei
 Magnonen mit Frequenz $\nu/2$ und
 entgegengesetzt gleichen Wellenvektoren

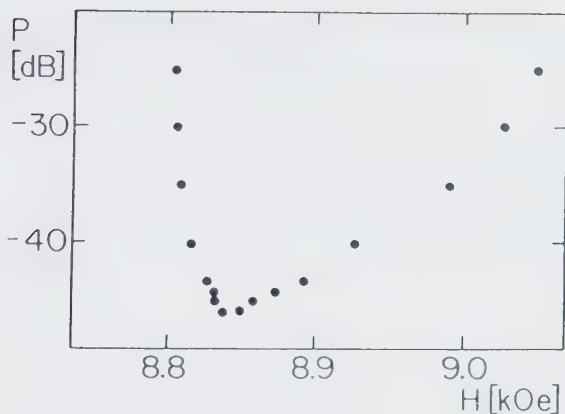
Voraussetzung für die parametrische Anregung ist, dass:

die Resonanzbedingung für die halbe Pumpfrequenz erfüllt ist
 (Fig.4.4)

das Mikrowellenfeld grösser ist als ein Schwellenfeld h_C

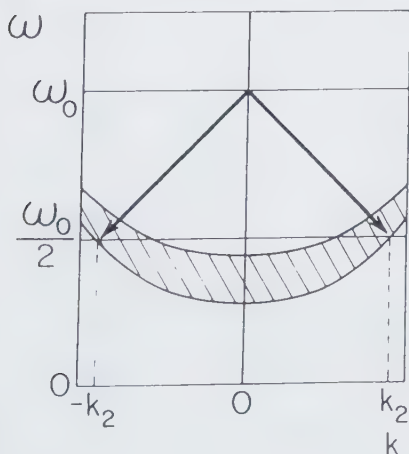
Die Schwellenleistung in Abhängigkeit vom statischen Magnetfeld (Butterfly-Kurve) zeigt Fig.2.3. Zwischen Pumpfeld und Pumpleistung besteht der Zusammenhang: $h \sim \sqrt{P \cdot Q}$; Q ist der Gütefaktor der Kavität.

Oberhalb vom Schwellenfeld werden eine Vielzahl von Magnonen angeregt mit unterschiedlichen Wellenvektoren $\vec{k}$. Gezielte Anregung von Magnonen mit bestimmten k -Werten ist nur beim Schwellenfeld möglich. Die Richtung von $\vec{k}$ ist dabei senkrecht zum Mikrowellenfeld ($\pi/2$ -Magnonen).



Figur 2.3
Schwellenleistung P in Abhängigkeit vom
statischen Magnetfeld H (Butterfly-Kurve)

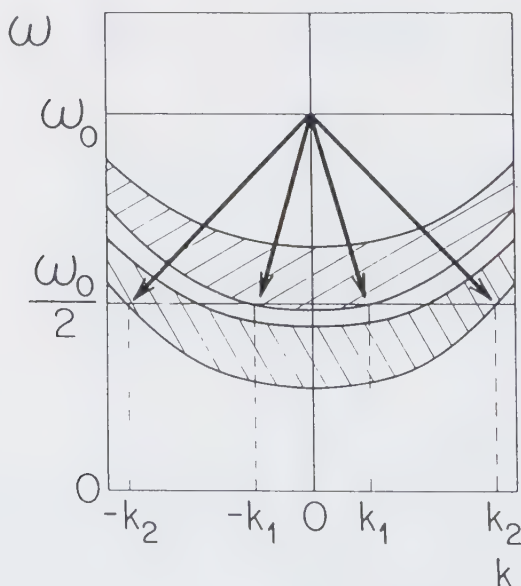
Die Bestimmung der k -Werte ist möglich mit Hilfe des Dispersionskontinuums für antiferromagnetische Magnonen (Fig.2.4).



Figur 2.4
Dispersionskontinuum für
antiferromagnetische Magnonen.
Darin ist der Zerfall eines
Photons ($\omega_0, k = 0$) in zwei
Magnonen ($\frac{\omega_0}{2}, \pm k$) dargestellt.

Darin ist nochmals der Zerfall eines Photons ($\omega_0, k = 0$) in ein Magnonenpaar ($\frac{\omega_0}{2}, \pm k$) dargestellt. Die möglichen k -Werte für die Anregung beim Schwellenfeld liegen auf der unteren Bandkante, da dieses $\pi/2$ -Magnonen sind.

Das Dispersionskontinuum in Fig.2.4 gilt für ein bestimmtes statisches Magnetfeld H . Selektive Anregung von Magnonen ist möglich, indem H variiert wird. Ein statisches Magnetfeld verschiebt das Dispersionskontinuum zu kleineren Frequenzen (Fig.2.5, siehe auch Niederfeldast von Fig.4.4). Dabei werden Magnonenpaare mit grösseren k -Werten angeregt.



Figur 2.5

Ein statisches Magnetfeld verschiebt das Dispersionskontinuum zu kleineren Frequenzen: selektive Anregung von Magnonen ist möglich

Aus der Dispersionskurve lässt sich die Wellenzahl k in Abhängigkeit vom statischen Feld berechnen (Fig.2.6):

$$\left(\frac{\omega_{rk}}{\gamma}\right)^2 = (H_E + H_{A1})(H_E + H_{A2}) + H^2 - (H_E \gamma_k)^2 + (-1)^r [(2H_E + H_{A1} + H_{A2})^2 H^2 + (H_{A2} - H_{A1})^2 (H_E \gamma)^2 - 4H^2 (H_E \gamma_k)^2]^{1/2} \quad (1)$$

$r = 1, 2$ für die beiden Frequenzäste

$$\gamma_k = \cos k_c c$$

$$H_E = zJS/g\mu_B, \text{ Austauschfeld}$$

$$H_{A1} = 2K_1S/g\mu_B, \text{ Anisotropiefeld}$$

$$H_{A2} = 2K_2S/g\mu_B, \text{ Anisotropiefeld}$$

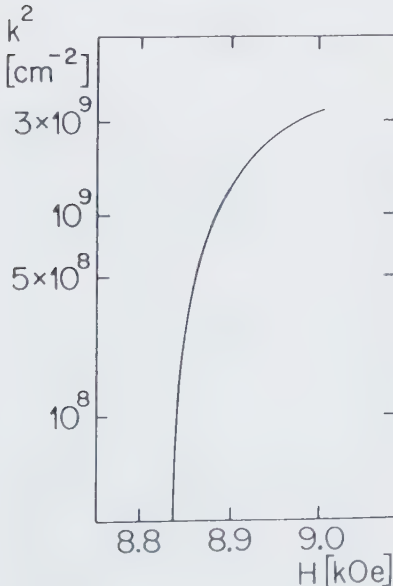
$$K_1, K_2 : \text{ Anisotropiekonstanten für orthorhombische Anisotropie}$$

$$c : \text{ Abstand nächster Nachbarn}$$

$$k_c : \text{ Wellenzahl in } c\text{-Richtung}$$

$$z : \text{ Anzahl nächster Nachbarn}$$

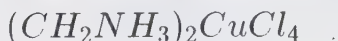
[T. Nakamura 1952]



Figur 2.6

Wellenzahlen k der mit Parallelpumpen beim Schwellenfeld angeregten Magnonen in Abhängigkeit vom äusseren Magnetfeld H [T. Nakamura 1952]

3 Der Antiferro-Ferromagnet



Alle Messungen wurden in Äthylendiammoniumtetrachloridkupfer $(CH_2NH_3)_2CuCl_4$ oder kurz $2C2Cu$ durchgeführt. Dieser Schicht-Antiferro-Ferromagnet zeichnet sich durch eine extrem niedrige Spinwellendämpfung bei tiefen Temperaturen aus (Schwellenleistung $7\mu W$ bei $1.4K$). Dadurch konnte die Erwärmung des Kristalls durch die eingestrahlteten Mikrowellen vernachlässigt werden.

3.1 Kristallstruktur

Die magnetischen Cu^{++} -Ionen sind in Ebenen angeordnet und bilden ein nahezu quadratisches Gitter. Sie sind von Chloroktaedern umgeben (Fig.3.1).

Die Schichten sind durch nichtmagnetische organische $NH_3 - (CH_2)_2 - NH_3$ -Gruppen getrennt. Die Raumgruppe dieser Verbindung ist $14P2_1b$ mit zwei Formeleinheiten in der monoklinen Einheitszelle [v. Känel 1979]. Die Chloroktaeder sind verzerrt und verkippt, eine Folge des Jahn-Teller Effektes.

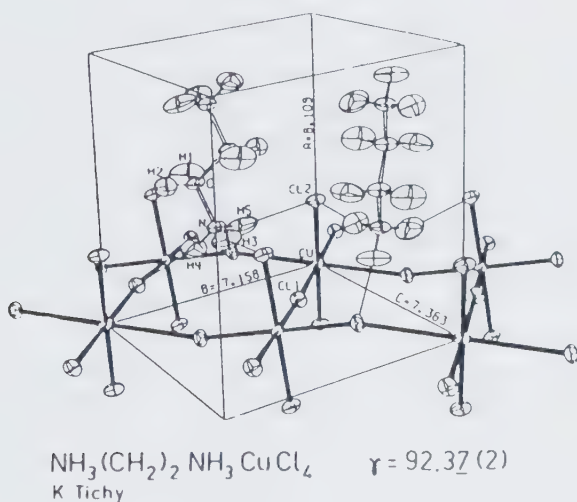
3.2 Magnetismus

Das für das magnetische Moment verantwortliche Cu^{++} -Ion hat die Konfiguration $3d^9$ mit dem Grundterm $^2D_{\frac{1}{2}}$ und einem effektiven Spin $\frac{1}{2}$. Der 5-fach degenerierte d-Zustand spaltet im oktaedrischen Feld in ein Γ_5 -Triplet und ein Γ_3 -Dublett auf. Durch die Verzerrung und Verkipfung der Chloroktaeder entsteht eine zusätzliche tetragonale Störung, die die Entartung des Γ_3 -Dubletts aufhebt.

Unterhalb der Néel - Temperatur $T_N = 32.3K$ ordnen die Spins in den Schichten ferromagnetisch, zwischen den Schichten antiferromagnetisch, mit Austauschkonstanten von der gleichen Größenordnung [v. Känel 1979]. Das antiferromagnetische Austauschfeld beträgt $H_E = 340kOe$ bei $4.2K$. $2C2Cu$ besitzt eine orthorhombische Anisotropie mit der quasi leichten Ebene in der Schicht. Die leichte Achse liegt in Richtung der kristallographischen c-Achse. Die Anisotropiefelder in der Schicht und senkrecht zur Schicht betragen $H_{A1} = 0.14kOe$ bzw. $H_{A2} = 2kOe$ bei $4.2K$ [v. Känel 1979]. Die orthorhombische Anisotropie verursacht elliptische Präzession der Spins, die Voraussetzung für das Parallelpumpen ist.

Die Spinwellendämpfung von 2CuCl_2 ist proportional zu T^3 und für tiefe Temperatur äusserst klein ($\Delta H \approx 8\text{mOe}$ bei 1.4K) [Barberis et al. 1982]. Sie ist mehr als eine Grössenordnung kleiner als aus der Theorie berechnet [Harris et al. 1971], möglicherweise wegen der zusätzlichen ferromagnetischen Wechselwirkung zwischen den Schichten.

Im Experiment wurden 2CuCl_2 Einkristalle verwendet mit Massen von 5 bis 20mg. Die Einkristalle wurden durch langsames Verdampfen einer wässrigen Lösung gezüchtet [H.Arend 1978].



Figur 3.1
Einheitszelle von $(\text{CH}_2\text{NH}_3)_2\text{CuCl}_4$ [K. Tichy 1978]

4 Ausführung des Experiments

4.1 Die Apparatur

Die Messungen wurden mit einer konventionellen Elektronenspinresonanz-Apparatur von Varian (12"-Magnet, E-9 Konsole und E-101 Mikrowellenbrücke (X-Band)) ausgeführt.

Ein Klystron erzeugt Mikrowellen (8.8 - 9.6 GHz), deren Leistung auf 200mW konstant gehalten wird. Die Leistung der austretenden Mikrowellen kann weiter abgeschwächt werden durch einen nachfolgenden Stufenattenuator (30dB, TTL-ansteuerbar) und durch einen variablen mechanischen Attenuator (0 - 60dB).

Ein Zirkulator leitet die vom Klystron kommenden Mikrowellen zur Kavität und die dort reflektierten zum Detektor (GaAs-Diode). Werden im Fall von Resonanz in der Probe Mikrowellen absorbiert, so ändert sich die von der Kavität reflektierte Leistung.

Ein Teil der Mikrowellen wird schon direkt nach dem Isolator über einen Koppler in den Referenzarm abgezweigt, der die Mikrowellen über einen Phasenschieber direkt zum Detektor leitet. Dadurch wird der günstigste Arbeitspunkt der Diode eingestellt, sodass auch Messungen bei kleinen Leistungen möglich sind.

Die Kavität befindet sich zwischen den Polschuhen eines 12-Zoll Magneten. Sie ist über eine verstellbare Iris an den Wellenleiter gekoppelt. Der Magnet erzeugt das statische Magnetfeld von maximal 14kOe und ist drehbar. Die Drehung wird mit dem LSI-Computer über einen Schrittmotor und ein Getriebe ausgeführt. Der eingestellte Magnetwinkel kann mit Hilfe eines Laserstrahls, der an einem am Magneten befestigten Spiegel reflektiert wird, genau abgelesen werden. Das statische Feld wird mit Hilfe von Modulationsspulen ausserhalb der Kavität mit einem schwachen ($\approx 2mOe$) Wechselfeld von 100kHz moduliert; dadurch kann das Signal/Rausch-Verhältnis erheblich verbessert werden. Im Experiment wird deshalb die Ableitung der Absorption nach dem statischen Feld dA/dH gemessen.

Das von der Diode demodulierte Signal wird zum Empfänger weitergeleitet, der es phasen- und frequenzselektiv verstärkt.

Die automatische Frequenzkontrolle (AFC) sorgt dafür, dass die Frequenz des Klystrons gerade die Resonanzfrequenz der Kavität ist.

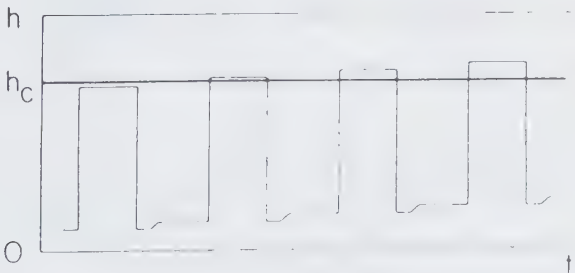
4.2 Das Experiment

Für die Experimente wurde eine im TE_{102} -Mode schwingende Kavität benutzt,. Die Probe befand sich auf einem drehbaren Probenhalter, dessen Drehachse beim Parallelpumpen senkrecht zum statischen Feld stand. Die Probendrehung wurde vom LSI über Schrittmotor und Getriebe gesteuert, mit einer Auflösung von $\frac{2}{100}^\circ$.

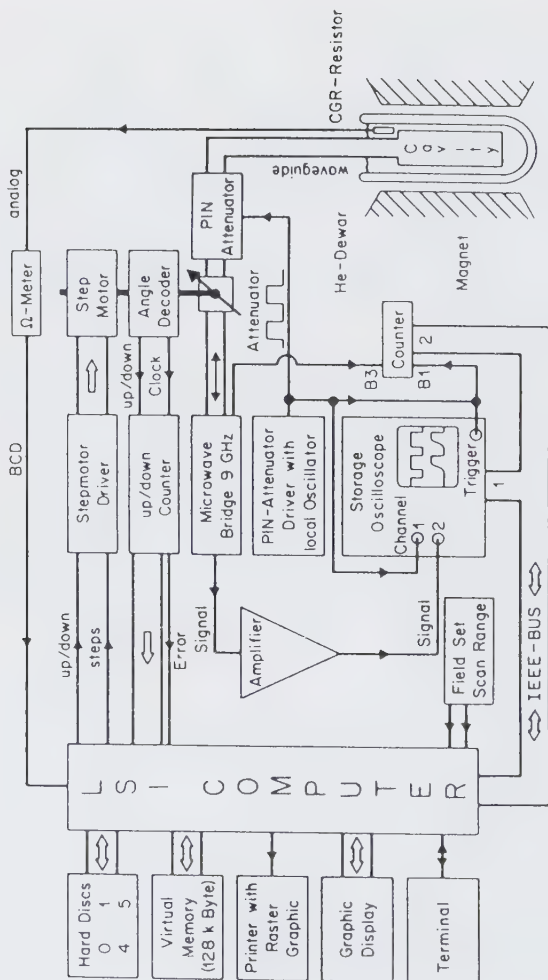
Beim Messen befand sich die Kavität in flüssigem Helium. Durch Erniedrigung des Druckes über dem Heliumspiegel wurden Temperaturen von $1.4K$ erreicht. Die Temperaturmessung erfolgte mit Hilfe eines CGR-Widerstandes (carbon glass resistor).

Ziel des Experimentes war es, die Absorption in Abhängigkeit von der Zeit und vom Mikrowellenfeld zu messen. Das Mikrowellenfeld wurde mit einem mechanischen Präzissionsattenuator (Auflösung 10^{-5}) eingestellt. Die Steuerung erfolgte mit dem LSI-Computer (Fig.4.2).

Nach jeder Messung wurde ein elektrisch gesteuerter Pin-Attenuator (40dB) eingeschaltet und nach 10 Sekunden zum Beginn der neuen Messung wieder ausgeschaltet (Fig.4.1). Durch diesen Pulsbetrieb konnte eine Erwärmung der Probe aufgrund von Mikrowellenabsorption vermieden werden.

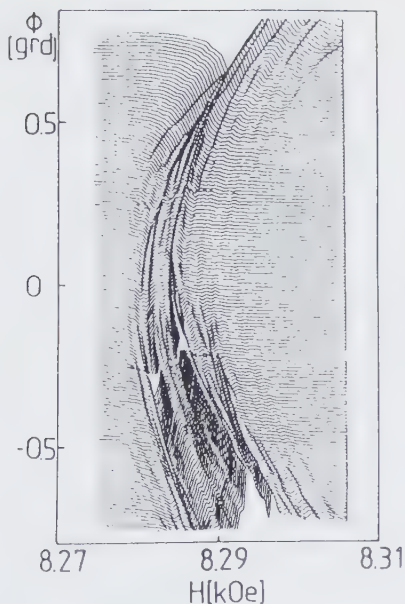


Figur 4.1
Zeitlicher Verlauf des Mikrowellenfeldes h



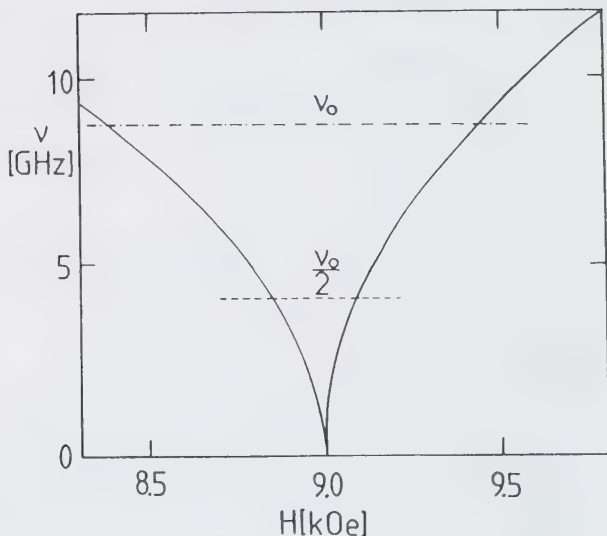
Figur 4.2
Experimentelle Anordnung

Das statische Feld H musste genau parallel zur leichten Achse stehen. Orientiert wurde der Magnet anhand der magnetostatischen Moden, die mit Hilfe des *Fastscans* (Modulation des statischen Feldes mit einem Wechselfeld von 31Hz/40 Oe) auf dem KO-Schirm sichtbar waren (Fig.4.3).



Figur 4.3
Mit dem *Fastscan* aufgenommene
magnetostatische Moden in
Abhängigkeit vom Magnetwinkel ϕ

Die subharmonische Anregung findet bei einem H -Feld statt, das die Resonanzbedingung für die Frequenz $\nu_0/2$ erfüllt. Gemessen wurde unterhalb vom Spinflipfeld bei $9kOe$ (Fig.4.4).

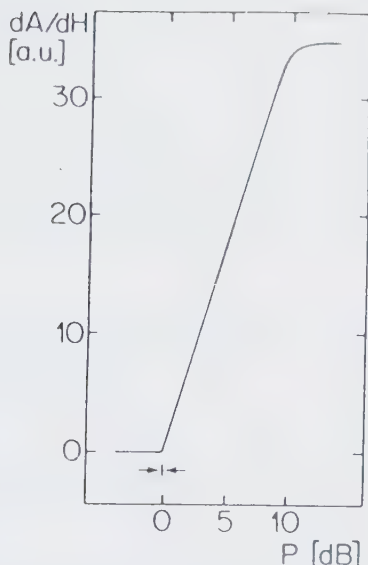


Figur 4.4
Resonanzfrequenz ν in Abhängigkeit
vom statischen Magnetfeld H

In Fig.4.5 ist die stationäre Ableitung der Absorption dA/dH in Abhängigkeit von der Mikrowellenleistung dargestellt. Bei der Schwellenleistung ($0dB$) steigt dA/dH steil an und geht für grosse Leistungen in Sättigung über. Der mit Pfeilen markierte Strich zeigt ungefähr den im Experiment gemessenen Leistungsbereich an.

4.2.1 Der gemessene Transient der Absorption

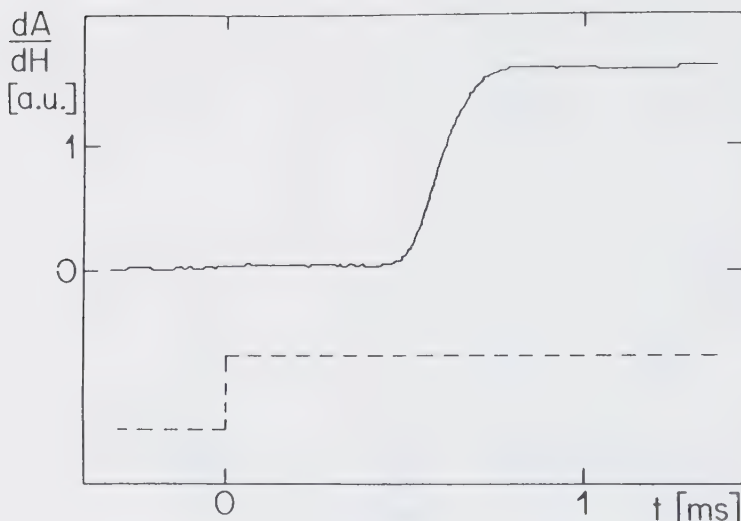
Die Anregung von Spinwellen lässt sich durch die Absorption von Mikrowellen nachweisen. Im Experiment wird das statische Magnetfeld mit einem schwachen Wechselfeld moduliert, um das Signal/Rausch-Verhältnis zu verbessern.



Figur 4.5

Stationäre Ableitung der Absorption dA/dH in Abhängigkeit von der Mikrowellenleistung P bezogen auf die Schwellenleistung

Eine Messung mit Parallelpumpen für ein reduziertes Pumpfeld $\epsilon = (h - h_C)/h_C \approx 2 \times 10^{-3}$ zeigt Fig.4.6. Zur Zeit $t = 0$ wird das Mikrowellenfeld eingeschaltet (gestrichelte Linie). Zunächst ist jedoch keine Mikrowellenabsorption messbar. Erst nach einer relativ langen Verzögerungszeit setzt die Absorption plötzlich ein mit nahezu exponentiellem Anstieg und geht schliesslich in einen stationären Zustand über. Verzögerungszeiten bis 10ms ($\approx 10^8$ Larmorperioden) wurden gemessen.



Figur 4.6

Gemessener Transient für die Ableitung der Absorption dA/dH ;
die gestrichelte Linie deutet den Mikrowellenpuls an

4.3 Datenerfassung

Der Ausgang des 100kHz-Einschubes der ESR-Konsole wurde über einen Vorverstärker mit einem Speicher-KO (Tektronix 468) verbunden. Dieser wurde über einem IEEE-Bus von einem LSI 11/23 Computer ausgelesen und die Daten auf einem Hard-Disk abgespeichert (Fig.4.1). Die abgespeicherten Daten konnten auf einem Farbmonitor graphisch dargestellt werden. Die Steuerung der Messung erfolgte mit dem Computer.

Für die Temperaturmessung wurde der Widerstandswert eines CGR-Widerstandes mit einem Digitalvoltmeter gemessen und dieses über den IEEE-Bus ausgelesen.

Die Frequenz des Mikrowellenzählers wurde über den Bus, das eingestellte Magnetfeld über einen ADC eingelesen.

5 Berechnung des Transienten der Absorption

5.1 Einleitung

Es wird gezeigt, wie der zeitliche Verlauf (Transient) der Absorption mit der 2.Quantisierung und mit dem neuen Stroboskopischen Modell berechnet werden kann.

Zum Schluss wird das Stroboskopische Modell mit der 2.Quantisierung verglichen.

5.2 Berechnung des Transienten mit Hilfe der 2. Quantisierung

Ausgangspunkt für die Berechnung der Absorption ist der Spinhamiltonian:

$$H = H_{Zeeman} + H_{Austausch} + H_{Dipol}$$

$$H = \gamma_g H_0 \sum_i s_i^z - J \sum_{i,\delta} \vec{s}_i \vec{s}_{i+\delta} + \frac{1}{2} g^2 \mu_B^2 \sum_{i,j} \left[\frac{\vec{s}_i \vec{s}_j}{r_{ij}^3} - \frac{3(\vec{s}_i \vec{r}_{ij})(\vec{s}_j \vec{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right] \quad (2)$$

γ_g : gyromagnetisches Verhältnis

J : Austauschkonstante

μ_B : Bohrsches Magneton

Durch Holstein-Primakoff Transformation wird der Hamiltonian in Bose-Operatoren ausgedrückt, die die Form von harmonischen Oszillatoren haben [Holstein, Primakoff 1940]:

$$H = \sum_k \hbar [\omega_k \tilde{a}_k^\dagger \tilde{a}_k - \frac{1}{2} [\rho_k \exp(i\omega t) \tilde{a}_k^\dagger \tilde{a}_{-k}^\dagger + cc.]] \quad (3)$$

$\tilde{a}_k, \tilde{a}_k^\dagger$: Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren.

$$\rho_k = \gamma_g \hbar \lambda_k \mu_k$$

Dies ist der Ausgangspunkt für die Rechnung von Joseph et al. 1967. Sie führen noch zusätzlich zwei dissipative Terme ein: den Imaginärteil der Frequenz und eine thermische Energie. Durch längere Rechnung erhalten sie einen Ausdruck für die Absorption:

$$\mu''(t) = \mu_0'' \int_{x_0}^1 \left\{ dx \frac{(1-x^2) \{ [1 + \sigma^2(1-x^2)^2]^{1/2} - \psi - \sigma(1-x^2) \}^{1/2}}{\sigma^{1/2} [1 + \sigma^2(1-x^2)^2]^{1/2}} \right. \\ \left. \times \frac{2}{\pi} \int_0^{\nu_0} \frac{d\nu \nu [1 - e^{-\tau} (\cosh \tau \nu + \nu \sinh \tau \nu)]}{(1-\nu^2)(\nu_0^2 - \nu^2)^{1/2}} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mu_0'' &= \frac{1}{\sqrt{2}} k_B T \gamma^{1/2} \sigma^{5/2} \omega^{1/2} D^{3/2} \\ x &= \cos \theta_k \\ \sigma &= \omega_M / \omega \\ \psi &= 2\gamma H / \omega \\ x_0 &= [1 - \frac{(\omega/2\gamma)^2 - H^2}{4\pi M H}]^{1/2} \\ \nu^2 &= \nu_0^2 - [(\omega_k - \frac{1}{2}\omega) / \eta]^2 \\ \nu_0 &= r \frac{1-x^2}{1-x_0^2} \\ \tau &= 2\eta t \\ r &= \frac{h}{h_{cvt}} \\ \nu &= \kappa_k / \eta \\ \kappa_k &= [|\rho|^2 - (\omega_k - \omega/2)^2]^{1/2} \\ \tilde{a}_k &= \lambda_k a_k + \mu_k a_{-k}^\dagger \\ D &: \text{phänomenologische Austauschkonstante} \\ \theta_k &: \text{Polarwinkel von } \vec{k} \end{aligned}$$

Fig.15 bei Joseph et al. 1967 zeigt die berechnete Absorption in Abhängigkeit von der Zeit. Um den stationären Zustand zu erreichen, wurde berücksichtigt, dass bei Absorption das Pumpfeld reduziert wird (gestrichelte Linien): $h = h_0 / (1 + \alpha \mu)$; α ist das Produkt aus Füllfaktor und dem Gütefaktor der leeren Kavität.

Die gemessenen Transienten [Joseph et al. 1966] steigen nach kurzer Zeit auf einen Zwischenwert an. Dieses ist bedingt durch thermisch angeregte Spinwellen, da die Messungen bei Raumtemperatur durchgeführt wurden. Die Rechnung zeigt auch solch ein Plateau, wegen der zusätzlich eingeführten thermischen Energie.

Der Transient der Absorption wurde später mit folgendem Modell beschrieben [Kveder et al. 1973, Borovik-Romanov et al. 1978]:

Nach dem Einschalten des Pumpfeldes wachsen die Spinwellen zunächst exponentiell: $n(t) = n_0 \exp(\frac{\epsilon}{T_{1,cl}} \cdot t)$. Jedoch ist 'knapp' über dem Schwellenfeld der Exponent so klein, dass keine Absorption messbar ist. Aber bei einer bestimmten Spinwellendichte beginnt das Ausschalten einer Relaxation: das Schwellenfeld sinkt, dadurch steigt n schneller an, die Relaxation und damit das Schwellenfeld sinken noch schneller etc. Die Folge ist, dass n lawinenartig ansteigt.

5.3 Das Stroboskopische Modell (F. Waldner)

Ausgangspunkt ist die klassische Bewegungsgleichung für einen Magnetisierungsvektor $\vec{M}$ in einem effektiven normalisierten Magnetfeld $\vec{h} = \gamma_g \vec{H}$.

$$\frac{1}{\gamma_g} \frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \times \vec{h} \quad (5)$$

$$h = (h_0 + h_p \sin(\omega t)) \vec{e}_z - d_A M_x \vec{e}_x$$

Das effektive Feld h wird so gewählt, dass es den Verhältnissen im Experiment im Wesentlichen entspricht: statisches Feld h_0 und Pumpfeld $h_p \sin \omega_p t$ sind zueinander parallel (Parallelpumpen), und das Anisotropiefeld $d_A M_x$ steht senkrecht dazu (elliptische Präzession).

Der nichtlineare Charakter vom Parallelpumpen wird deutlich am Vektorprodukt aus $\vec{M}$ und $\vec{h}$, da $\vec{h} M_z$ enthält. Der zeitliche Verlauf vom Polar- und Azimutwinkel θ und ϕ der Magnetisierung lässt sich hieraus im Prinzip numerisch berechnen. Solche Simulationen ergaben für grosse Pumpfelder Selbstoszillationen und einen Übergang zu chaotischen Verhalten mit irregulären Perioden [Waldner et al. 1985]. Wenn man $\theta(t)$ und $\phi(t)$ bis zum stationären Zustand in Übereinstimmung mit den experimentellen Parametern berechnen will, so ist dies äusserst aufwendig:

- Transformation ins rotierende System ist für das Parallelpumpen nicht möglich, weil die Spins elliptisch präzessieren.
- Die Berechnung muss für 10^8 Larmorperioden durchgeführt werden.

Wenn die Änderung von θ und ϕ nach einer Larmorperiode klein ist, ist es gar nicht nötig, die ganze Bahn der Magnetisierung zu verfolgen. Es genügt, die Änderung von θ und ϕ z.B. nach jeweils zwei Pumpperioden zu betrachten (stroboskopisch).

Deshalb werden die Gleichungen für $d\theta/dt$ und $d\phi/dt$ über zwei Pumpperioden (T_p) analytisch integriert, wobei alle relevanten nichtlinearen Terme mitgenommen werden. Dies führt auf Gleichungen für die Änderung von θ und ϕ nach zwei Pumpperioden (Fig5.1):

$$\frac{\Delta\theta}{2T_p} = -\frac{d_A h_p}{2\omega_p} \sin\theta \cos 2\phi - \gamma \sin\theta \quad (6)$$

$$\frac{\Delta\phi}{2T_p} = \frac{d_A h_p}{2\omega_p} \cos\theta \sin 2\phi - \Delta\omega \quad (7)$$

$\Delta\omega = h_0 + \frac{1}{2}d_A \cos\theta - \frac{1}{2}\omega_p$. Zusätzlich wird die nichtlineare Dämpfung $-\gamma \sin\theta$ eingeführt.

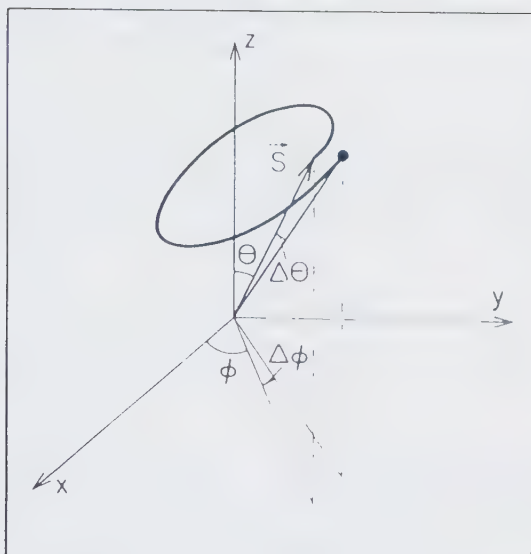
Die stationären Zustände von θ können mit Gl.(5) und (6) analytisch berechnet werden (Gl.16, Fig.6.8). Aus Symmetriegründen sind die $\theta = 0$ -Werte über dem Schwellenfeld instabile Fixpunkte (siehe Kap.6.3.1).

Mit diesen Formeln lässt sich der Transient der Absorption relativ einfach berechnen.

5.3.1 Der mit dem Stroboskopischen Modell berechneter Transient

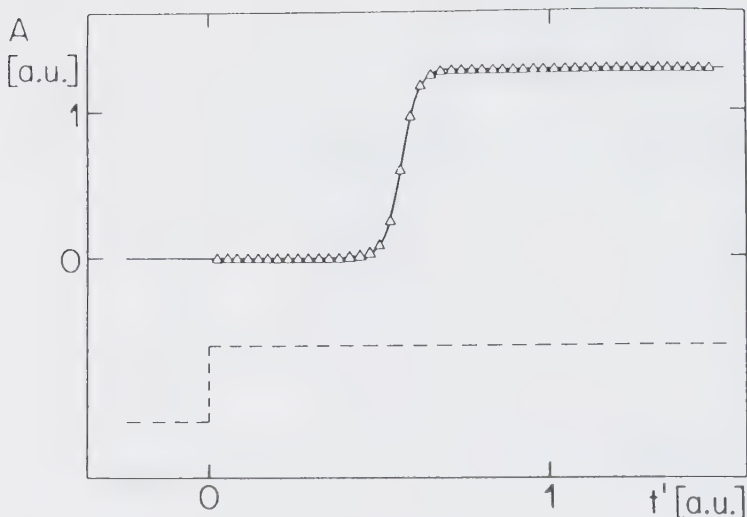
Fig.5.2 zeigt die mit dem Stroboskopischen Modell numerisch berechnete Absorption in Abhängigkeit von der Zeit 'knapp' über dem Schwellenfeld. Zur Zeit $t = 0$ wird das Pumpfeld eingeschaltet; die Absorption A setzt aber erst nach einer Verzögerungszeit ein. Für grössere Zeiten erreicht A einen stationären Zustand.

Qualitativ stimmen also der gemessene Transient der Ableitung der Absorption (siehe Fig.4.6) und der mit dem Stroboskopischen Modell berechnete Transient der Absorption sehr gut überein.



Figur 5.1
Zur Erklärung von $\Delta\theta$ and $\Delta\phi$

Das Stroboskopische Modell beschreibt den plötzlichen steilen Anstieg der Absorption, ohne dass ein zusätzlicher Mechanismus erforderlich ist (z.B. das Ausschalten einer Relaxation [Borovik-Romanov et al. 1978]). Es beschreibt auch den stationären Zustand richtig, da sowohl die Anregung als auch die Dämpfung für grosse Anregungswinkel θ exakt beschrieben werden, im Gegensatz zur 2.Quantisierung, die nur für $\theta \ll 1$ gültig ist.



Figur 5.2
Mit dem Stroboskopischen Modell
berechneter Transient der Absorption A

5.4 Vergleich: Stroboskopisches Modell - 2.Quantisierung

Für die Beschreibung von Parallelpumpen mit der 2.Quantisierung wird der Hamiltonian

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_k \omega_k b_k^* b_k + \frac{1}{2} \sum_k (h V_k \exp(-i\omega_p t) b_k^* b_{-k}^* + cc) \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k,k'} (S_{k,k'} b_k^* b_{-k}^* b_{k'} b_{-k'} + 2T_{kk'} b_k^* b_{k'}^* b_k b_{k'})
 \end{aligned} \tag{8}$$

benutzt [Zákharov et al. 1975].

- b_k^-, b_k : Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Spinwellen
 $\hbar V_k \exp(-i\omega_p t)$: Wechselwirkung zwischen Spinwellen und Pumpfeld
 $S_{kk'} T_{kk'}$: nichtlineare Wechselwirkung zwischen Spinwellen

Dieser Hamiltonian wurde von K. Nakamura et al. für zwei Moden modifiziert. Daraus erhält man die Bewegungsgleichung für die Spinwellendichte $\sigma = \sigma_0 e^{i\phi}$, zu der ein dissipativer Term $-\gamma_k \sigma_k$ addiert wird [K. Nakamura et al.1982]:

$$\frac{1}{2} \frac{d\sigma_{k_j}}{dt} = -[\gamma_{k_j} + i(\tilde{\omega}_{k_j} - \frac{\omega_p}{2})]\sigma_{k_j} - iP_{k_j} n_{k_j} \quad (9)$$

$$P_{k_j} = \hbar V_{k_j} + \sum_{k'=k_1, k_2} S_{k_j k'} \sigma_{k'} ; \tilde{\omega}_{k_j} = \omega_{k_j} + 2 \sum_{k'=k_1, k_2} T_{k_j k'} n_{k'}$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{d\sigma_0}{dt} = 2[-\gamma - \hbar V \sin \phi - (S\sigma_0 + S'\sigma'_0 \sin(\phi - \phi'))]\sigma_0 \quad (10)$$

Im weiteren wird die Kopplung zwischen ungleichen Moden vernachlässigt ($S', T' = 0$). Nimmt man an, dass $\theta \ll 1$ so gilt: $\sigma_0 = a\theta^2$. Daraus ergibt sich die Bewegungsgleichung für θ :

$$\frac{d\theta}{dt} = (-\gamma - \hbar V \sin \phi)\theta \quad (11)$$

und zum Vergleich für das Stroboskopische Modell, entwickelt für $\theta \ll 1$:

$$\frac{\Delta\theta}{2T_p} = d_A \theta \frac{\hbar_p}{2\omega_p} \sin 2\phi - \gamma\theta \quad (12)$$

Vergleich der einzelnen Terme:

STROBOSKOP. MODELL	2. QUANTISIERUNG
$-\gamma\theta$	$-\gamma\theta$
$\frac{d_A \hbar_p}{2\omega_p} \sin(2\phi)\theta$	$+\hbar V \sin(\phi)\theta$

Für ϕ ergibt sich aus $\sigma = \sigma_0 \exp(i\phi)$ und Gl. (10):

$$\frac{d\phi}{dt} = 2\left[hV \cos \phi + \omega_k - \frac{\omega_p}{2}\right] - (S\sigma_0 - S'\sigma'_0) \cos(\phi' - \phi) + T\sigma_0 + T'\sigma'_0 \quad (13)$$

Wird wieder die Kopplung zwischen ungleichen Moden vernachlässigt und $\theta \ll 1$ angenommen, so erhält man:

$$\frac{d\phi}{dt} = 2\left[hV \cos 2\phi + \left(\omega_k - \frac{\omega_p}{2}\right) + Ta\theta^2\right] \quad (14)$$

und aus dem Stroboskopischen Modell für $\theta \ll 1$:

$$\frac{\Delta\phi}{2T_p} = -\left(h_0 - \frac{1}{2}\omega_p\right) - \frac{d_A}{2} + \frac{d_A}{4}\theta^2 + \frac{d_A h_p}{2\omega_p} \cos 2\phi \quad (15)$$

Vergleich der einzelnen Terme:

STROBOSKOP. MODELL	2. QUANTISIERUNG
$-h_0 - \frac{d_A}{2} + \frac{1}{2}\omega_p$	$2(\omega_k - \frac{1}{2}\omega_p)$
$\frac{d_A h_p}{2\omega_p} \cos 2\phi$	$2hV \cos 2\phi$
$\frac{d_A}{4}\theta^2$	$2Ta\theta^2$

Die 2.Quantisierung stimmt überein mit den ersten Termen des für $\theta \ll 1$ entwickelten Stroboskopischen Modells. Im Gegensatz zur 2.Quantisierung werden aber mit dem Stroboskopischen Modell auch beliebig grosse Winkel θ ohne Näherung beschrieben.

6 Die Messergebnisse und ihr Vergleich mit dem Stroboskopischen Modell

6.1 Einleitung

Der gemessene Transient der Absorption und die Modellrechnung stimmen qualitativ überein (Fig.4.6 und Fig.5.2):

Nach dem Einschalten des Pumpfeldes bleibt die Absorption für eine relativ lange Zeit sehr klein, steigt dann plötzlich nahezu exponentiell an und geht schliesslich in einen stationären Zustand über.

In diesem Kapitel werden Experiment und Modellrechnung quantitativ miteinander verglichen anhand der Verzögerungszeit τ , der stationären Ableitung der Absorption dA/dH und der Anstiegszeit t_R (Fig.6.1).

Ferner wurden Fluktuationen der Verzögerungszeit 'knapp' über dem Schwellenfeld gemessen. Diese Fluktuationen lassen sich mit dem Modell simulieren durch Variation der Anfangsbedingungen.

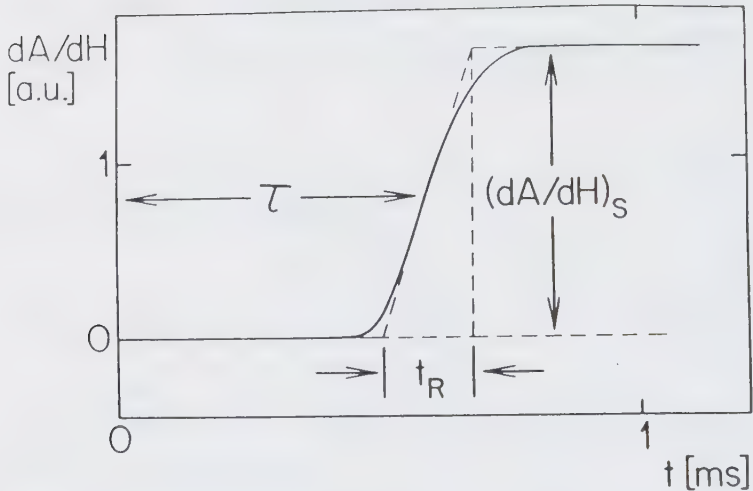
Die Messungen haben auch gezeigt, dass mit zunehmenden Pumpfeld die Ableitung der Absorption nicht kontinuierlich ansteigt, sondern eine Stufenstruktur aufweist. Dies zeigt sich auch bei der Verzögerungszeit.

Im Experiment wurde die Ableitung der Absorption dA/dH gemessen, weil das statische Feld mit einem schwachen Wechselfeld von 100kHz moduliert werden musste, um das Signal/Rausch-Verhältnis zu verbessern.

Teilergebnisse wurden bereits publiziert [Floeder et al. 1986].

6.2 Die Verzögerungszeit

Für die Anregung von Spinwellen mit Parallelpumpen gibt es ein Schwellenfeld. Absorption durch Anregung von Spinwellen wurde nur für Mikrowellenfelder gemessen, die grösser als das Schwellenfeld waren (Fig.4.5). Für Mikrowellenfelder 'knapp' über dem Schwellenfeld tritt die Absorption verzögert auf (Fig.4.6): Zur Zeit $t = 0$ wird das Mikrowellenfeld eingeschaltet; jedoch erst nach einer Verzögerungszeit τ erreicht die Ableitung der Absorption den halben Wert des stationären Zustandes.



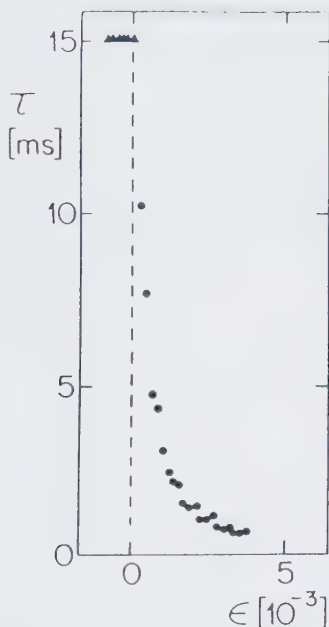
Figur 6.1
Erklärung der Messgrößen

Die gemessene Verzögerungszeit τ der Absorption in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld $\epsilon = (h - h_C)/h_C$ zeigt Fig.6.2. Die Dreiecke $\triangle$ bedeuten, dass während der Messzeit von 15ms keine Absorption beobachtet wurde.

Für sinkendes ϵ steigt τ an und divergiert beim Schwellenfeld. Die Absorption zeigt 'Critical Slowing Down'. Es wurden Verzögerungszeiten bis 10ms gemessen; das entspricht 10^8 Larmorperioden. Während 10^8 Larmorperioden ist keine Mikrowellenabsorption durch die Spins messbar, dann steigt sie plötzlich nahezu exponentiell an.

Die logarithmische Darstellung (Fig.6.3) zeigt, dass sich die gemessenen Verzögerungszeiten (Punkte) anpassen lassen mit einer Geraden der Steigung -1.

$$\tau \sim \epsilon^{-1}$$



Figur 6.2

Verzögerungszeit τ in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld $\epsilon = \frac{h-h_C}{h_C}$

$\Delta : \tau > 15ms; T = 1.4K, H = 8831 Oe$

Aus der Modellrechnung erhält man:

$$\tau \sim \epsilon^{-p}, p \cong 1$$

Das Stroboskopische Modell beschreibt nicht nur die Form des Transienten richtig (die Absorption bleibt lange Zeit sehr klein, steigt plötzlich nahezu exponentiell an und geht in Sättigung über), sondern darüber hinaus auch die Verzögerungszeit τ in Abhängigkeit vom reduziertem Pumpfeld ϵ .

Aus $\tau \sim \epsilon^{-1}$ folgt: $\tau \cdot \epsilon = konst.$

$$\tau \cdot \epsilon = \tau \frac{h-h_C}{h_C} \sim \tau(h-h_C) \sim \tau(h+h_C)(h-h_C),$$

da $h+h_C$ im betrachteten ϵ -Bereich als konstant angesehen werden darf.

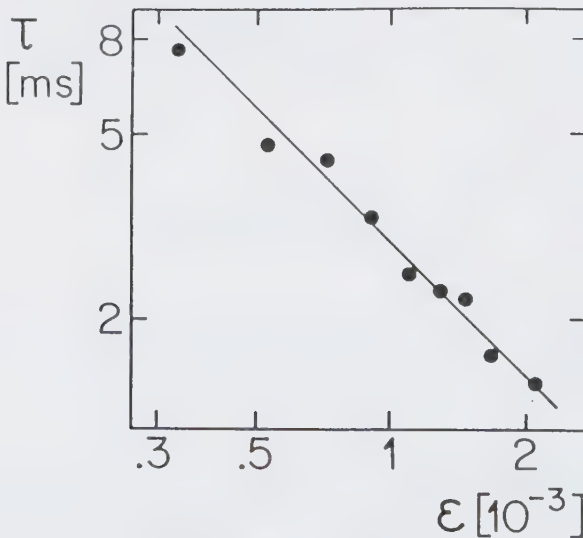
$$\rightarrow \tau \cdot \epsilon \sim \tau(h + h_C)(h - h_C) = \tau(h^2 - h_C^2) \sim \tau(P - P_C)$$

(P : Mikrowellenleistung)

Im betrachteten ϵ -Bereich gilt: $\tau(P - P_C) \cong konst.$

P hat die Dimension Photonen/Zeit, τ die einer Zeit.

$\tau(P - P_C) = konst$ bedeutet eine konstante Photonenzahl. Erst nach einem für alle Verzögerungszeiten gleichen Photonenüberschuss über dem Schwellenwert ($\approx 10^{12}$ Photonen oder 10^{-8} Photonen/Spin) setzt der steile Anstieg der Absorption ein.



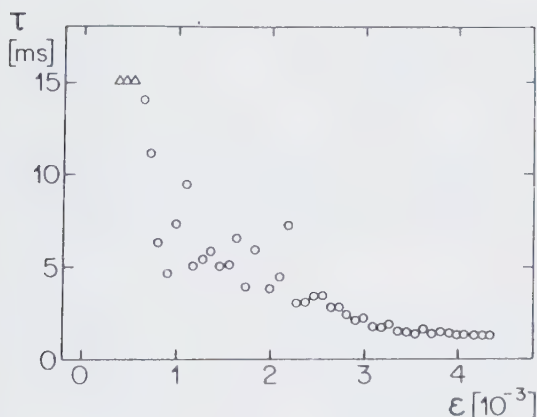
Figur 6.3

Verzögerungszeit τ in Abhängigkeit vom reduzierten
Pumpfeld ϵ in logarithmischer Darstellung

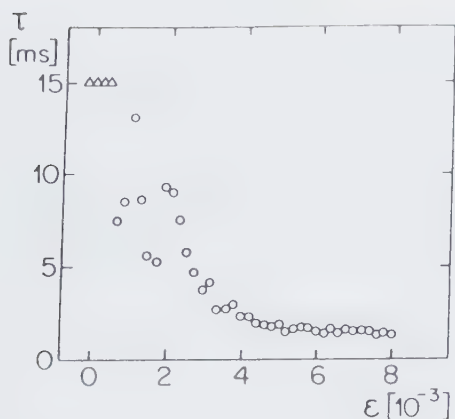
Gerade: Modellrechnung; $T = 1.4K$, $H = 8831 Oe$

6.3 Fluktuationen der Verzögerungszeit

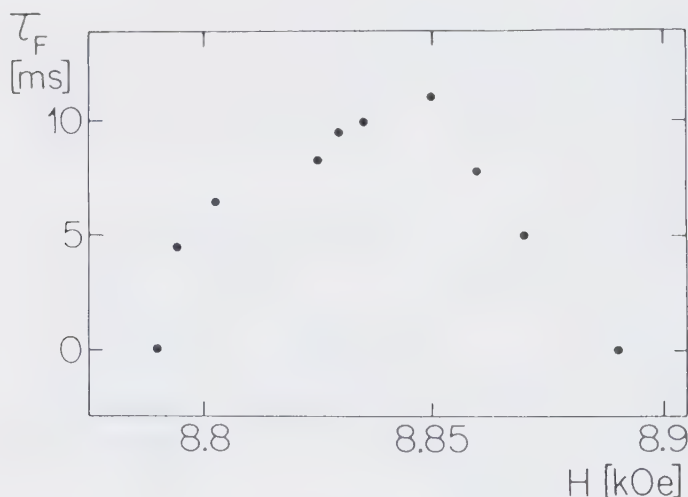
Für ϵ -Werte im Bereich von ca. 3×10^{-3} fluktuiert die Verzögerungszeit (Fig.6.4).



Figur 6.4
Verzögerungszeit τ in
Abhängigkeit vom
reduzierten Pumpfeld ϵ
 $\triangle : \tau > 15ms$
 $T = 1.4K$
 $H = 8815 Oe$



Für die Verzögerungszeit, bei der die Fluktuationen einsetzen (τ_F), wurde eine Abhängigkeit vom statischen Magnetfeld gefunden. Mit zunehmenden H steigt τ_F auf ein Maximum und sinkt wieder auf null (Fig.6.5).



Figur 6.5

Verzögerungszeit, bei der die Fluktuationen einsetzen τ_F ,
in Abhängigkeit vom statischen Feld H

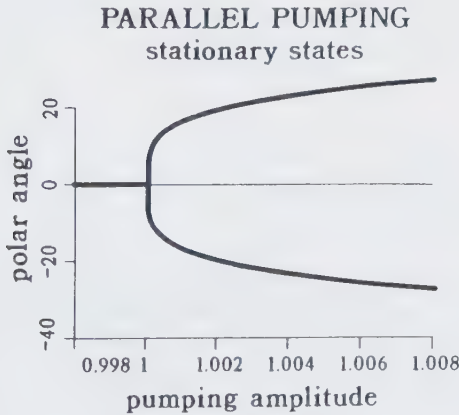
Für statische Magnetfelder H , bei denen τ_F klein ist, ist das zugehörige Schwellenfeld relativ gross, und umgekehrt (siehe Butterfly-Kurve Fig.2.3). Da $\tau \sim \epsilon$ gilt, setzen die Fluktuationen für ein kleineres Schwellenfeld erst bei einem kleineren ϵ ein.

6.3.1 Bedeutung des Fixpunktes $\theta = 0$

Aus den Gleichungen des Stroboskopischen Modells für $\triangle\theta$ und $\triangle\phi$ (Gl.(6) und (7)) lassen sich die stationären Zustände für θ analytisch berechnen ($\triangle\theta = \triangle\phi = 0$):

$$\theta = \frac{\frac{H_0}{g\mu_B\hbar} - \frac{1}{2}\omega_p}{\sqrt{\left(\frac{d_A\hbar\gamma}{2\omega_p}\right)^2 - \gamma^2 + \frac{d_A}{2}}} \quad (16)$$

Fig.6.6 zeigt die berechneten stationären θ -Werte in Abhängigkeit vom Pumpfeld bei Resonanz. Die $\theta = 0$ -Werte über dem Schwellenfeld sind aus Symmetriegründen instabile Fixpunkte.



Figur 6.6

Modellrechnung für die stationären Polarwinkel θ
in Abhängigkeit vom Pumpfeld

Für $\theta = 0$ oszillieren die z-Komponenten der Spins nicht, und deshalb koppelt das Mikrowellenfeld nicht an die Spins. Dieses sieht man direkt anhand der mit dem Modell erhaltenen Gleichung für die Änderung von θ :

$$\Delta\theta \sim \sin\theta$$

$\Delta\theta$ ist null für $\theta = 0$. Das bedeutet:

Spins parallel zum statischen Feld koppeln nicht an das Pumpfeld.

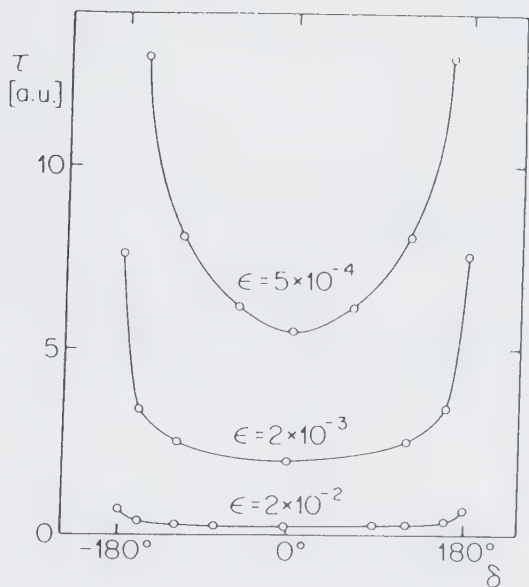
Thermische Fluktuationen müssen die Spins aus der Parallelstellung herausdrehen zu $\theta > 0$.

Dies geschieht mit beliebigem Azimuthwinkel ϕ bzw. Phasenunterschied δ zwischen den x-Komponenten der Spins und dem Pumpfeld.

Fluktuationen des Mikrowellenfeldes genügen nicht, da das Mikrowellenfeld nur in z-Richtung wirkt.

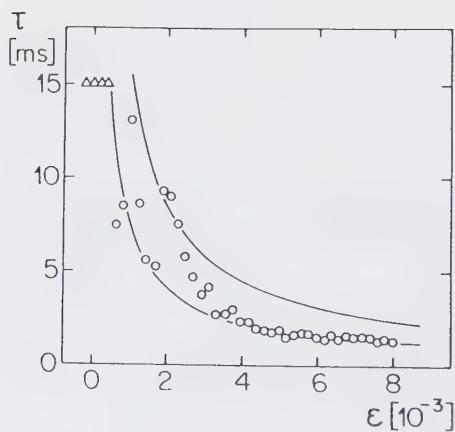
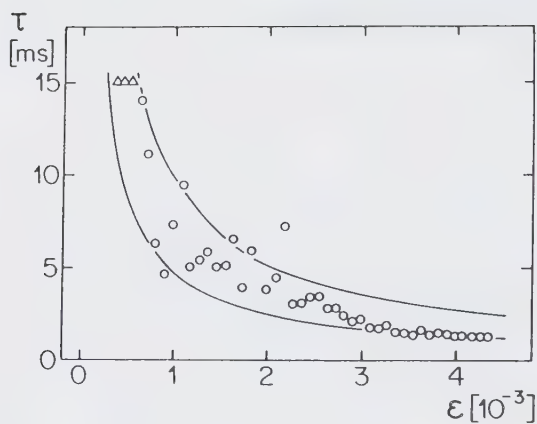
6.3.2 Beschreibung der Fluktuationen mit dem Stroboskopischen Modell

In die Modellrechnung wurde der zusätzliche Parameter δ (Phasenverschiebung zwischen den x-Komponenten der Spins und dem Pumpfeld) eingeführt; die Phasenverschiebung δ wird eingestellt durch die Wahl des Anfangswertes ϕ_0 . Die berechnete Verzögerungszeit in Abhängigkeit von δ zeigt Fig.6.7.



Figur 6.7
Verzögerungszeit τ in Abhängigkeit vom
Phasenunterschied δ zwischen s_x und dem Pumpfeld

Erst für kleine ϵ , in der Grössenordnung, in der die Fluktuationen im Experiment auftreten, hängt die Verzögerungszeit stark vom Phasenunterschied δ ab. Die kleinsten τ (für $\delta = 0$) und die grössten τ (für $\delta = 180^\circ$) werden mit den Messwerten verglichen (Fig. 6.8).



Figur 6.8

Verzögerungszeit τ in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ

Punkte: Messwerte; untere und obere Kurve:

Modellrechnung für $\delta = 0$ und $\delta = 180^\circ$

Die Messwerte liegen im Wesentlichen zwischen den berechneten Extremwerten. Für grosse ϵ liegen die gemessenen Verzögerungszeiten τ auf der $\delta = 0$ -Kurve, da genügend Fluktuationen mit der günstigen Phasenbeziehung vorhanden sind.

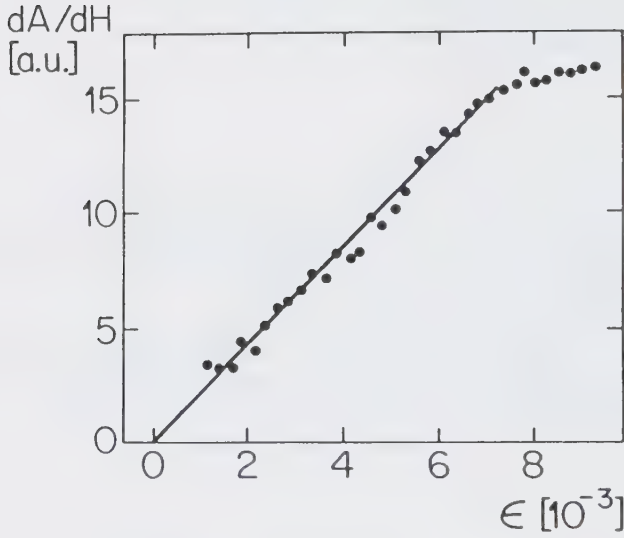
6.3.3 'Critical Slowing Down'

Es wurde gezeigt, dass die Absorption im Schwellenbereich verzögert auftritt und die Verzögerungszeit beim Schwellenfeld divergiert. Die Absorption zeigt 'Critical Slowing Down'. Zusätzlich fluktuiert die Verzögerungszeit im Schwellenbereich.

Solch ein Verhalten ist ähnlich zum 2.Ordnungs-Phasenübergang. Jedoch gibt es einen Unterschied: Das Mikrowellenfeld verursacht eine langreichweitige Ordnung. Dies bedingt klassische Exponenten, z.B. -1.

6.4 Die gemessene stationäre Absorption

Die Absorption erreicht mit der Zeit einen stationären Zustand. Die stationäre Ableitung der Absorption dA/dH wurde in Abhängigkeit vom Mikrowellenfeld untersucht. Fig. 6.9 zeigt dA/dH in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ .



Figur 6.9
 Stationäre Ableitung der Absorption dA/dH
 in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ
 Gerade: Modellrechnung; $T = 1.4K, H = 8815 \text{ Oe}$

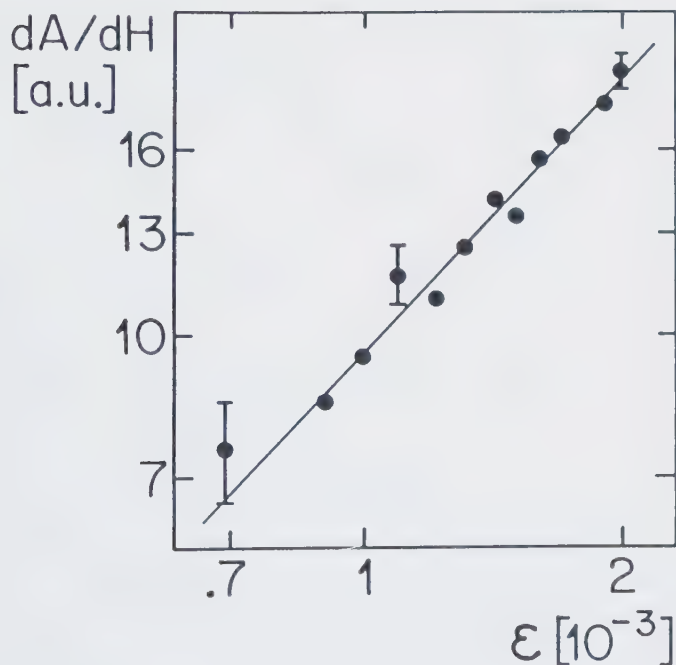
Im Schwellenbereich ist dA/dH proportional zu ϵ . Linear extrapoliert erreicht dA/dH beim Schwellenfeld null.

Auch in der Modellrechnung geht die Absorption mit zunehmendem ϵ in einen stationären Zustand über, wegen der nichtlinearen Kopplung vom Mikrowellenfeld an die Spins ($\sim \sin \theta$). Die berechneten stationären Werte der Absorption A sind proportional zu ϵ und sind beim Schwellenfeld null (Gerade in Fig. 6.9).

dA/dH in Fig.6.9 und τ in Fig.6.4 gehören zur gleichen Messung. In dem ϵ -Bereich, in dem τ fluktuiert, zeigt dA/dH keine Fluktuationen.

Die Modellrechnung beschreibt die Fluktuationen von τ (Kap.1.3.1) und auch, dass A im selben ϵ -Bereich nicht fluktuiert.

Fig.6.10 zeigt gemessene dA/dH (Punkte) und berechnete A (Gerade) im logarithmischen Masstab.



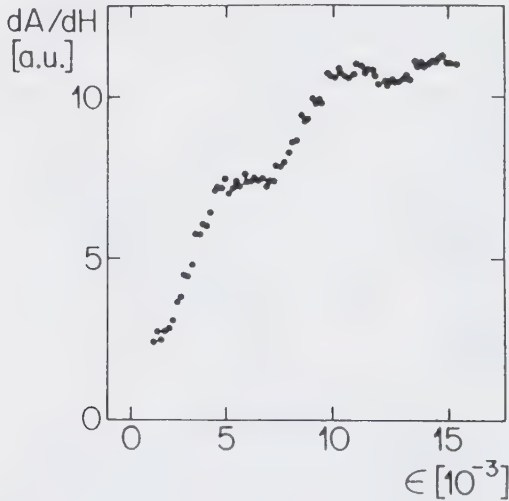
Figur 6.10

Ableitung der Absorption dA/dH in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ im logarithmischen Masstab

Gerade: Modellrechnung; $T = 1.4K, H = 8831$ Oe

6.4.1 Einzelne Spinwellenmoden?

In Fig.6.9 ist zu sehen, dass bei $\epsilon = 10^{-2}$ die stationäre Ableitung der Absorption dA/dH in Sättigung übergeht. Wie verhält sich dA/dH für noch grössere ϵ ? Fig.6.11 zeigt eine Messung über einen grösseren ϵ -Bereich.



Figur 6.11

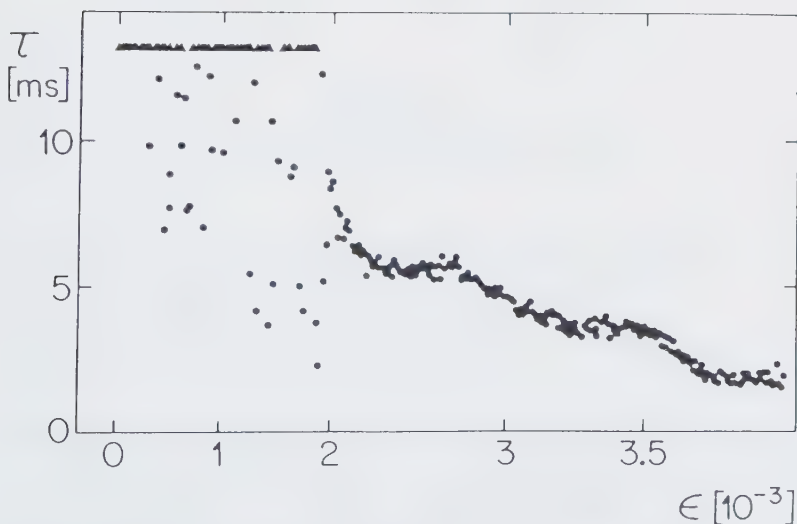
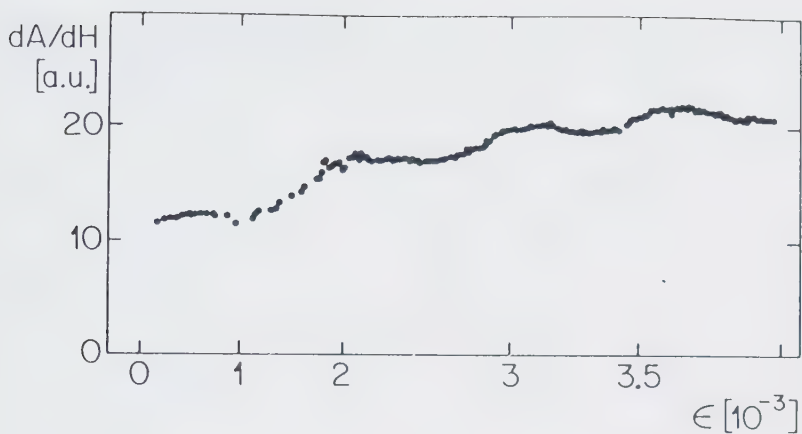
Ableitung der Absorption dA/dH in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ ; $T = 1.4K$, $H = 8831 Oe$

Mit zunehmenden ϵ steigt dA/dH linear an, geht in Sättigung über, steigt erneut an, und geht schliesslich wieder in Sättigung über.

Eine Messung bei höherer Temperatur zeigt Fig.6.12. Hier sind sogar drei Stufen sichtbar.

Die Verzögerungszeit τ zeigt die gleiche Stufenstruktur (Fig.6.12).

Möglicherweise handelt es sich hierbei um einzelne Spinwellenmoden, die nacheinander angeregt werden, da sie verschiedene Schwellenwerte besitzen.



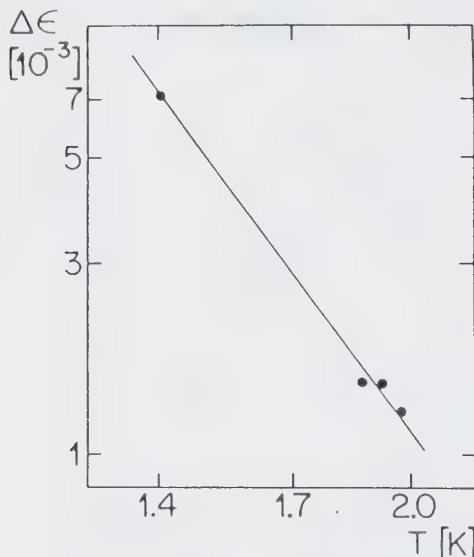
Figur 6.12

oben: Ableitung der Absorption dA/dH in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ

unten: Verzögerungszeit τ in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ

$\triangle : \tau > 13 \text{ ms} \quad T = 1.85 \text{ K}, H = 8835 \text{ Oe}$

Der Unterschied von ϵ für zwei aufeinanderfolgende Moden $\Delta\epsilon$ ist temperaturabhängig. Fig.6.13 zeigt $\Delta\epsilon(T)$ im logarithmischen Masstab.

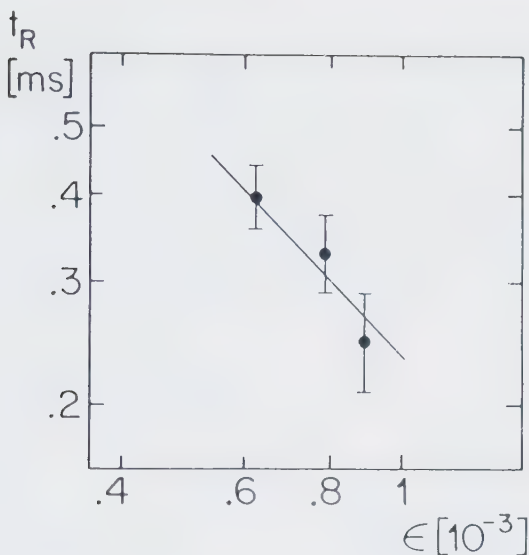


Figur 6.13
Unterschied des reduzierten Pumpfeldes für
zwei benachbarte Moden $\Delta\epsilon$ in Abhängigkeit
von der Temperatur T im logarithmischen Masstab

Die Messwerte lassen sich anpassen mit einer Geraden der Steigung -4.7.

6.5 Die Anstiegszeit

Zur weiteren quantitativen Erfassung des Transienten wurde die Zeit vom Einsatz der Absorption bis zum stationären Zustand untersucht, indem die Anstiegszeit t_R gemäss Fig.6.1 bestimmt wurde. Fig.6.14 zeigt $t_R(\epsilon)$ im logarithmischen Masstab.



Figur 6.14

Anstiegszeit t_R in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ im logarithmischen Masstab

Die Messwerte (Punkte) lassen sich mit der Modellrechnung anpassen (Gerade mit Steigung -1).

$$t_R \sim \epsilon^{-1}$$

Deshalb gilt: $t_R \cdot \epsilon = \text{konst}$ und auch: $t_R(P - P_C) = \text{konst}$ (siehe Kap.6.2).

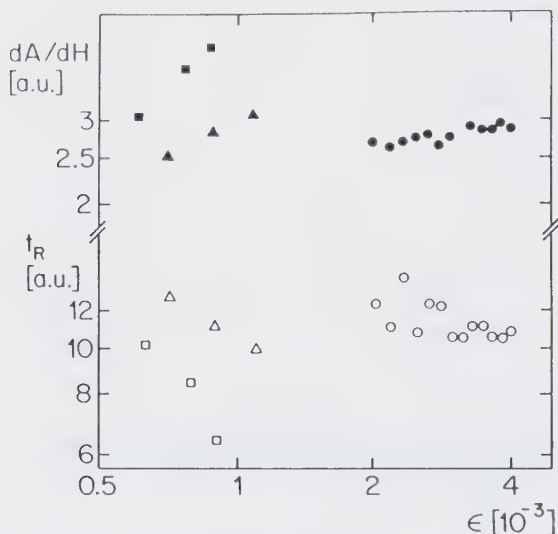
Vom Einsatz der Absorption bis zum stationären Zustand wird ein für alle Verzögerungszeiten gleicher Photonenüberschuss über dem Schwellenwert benötigt. Dieser ist ungefähr ein Zehntel vom Photonenüberschuss, der benötigt wird vom Einschalten des Mikrowellenfeldes bis zum Einsatz der Absorption.

$t_R \sim \epsilon^{-1}$ und $dA/dH \sim \epsilon$, also gilt:

$$t_R \cdot dA/dH = \text{konst}$$

Im Bereich der Sättigung verläuft $dA/dH(\epsilon)$ flacher. Aber auch $t_R(\epsilon)$ verläuft flacher (Fig.6.15). Auch im Sättigungsbereich gilt deshalb:

$$t_R \cdot dA/dH \approx \text{konst}$$



Figur 6.15

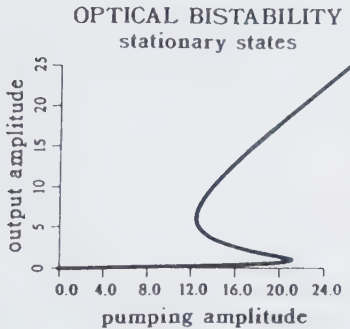
Anstiegszeit t_R und Ableitung der Absorption dA/dH
in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ

■ und □, ▲ und △, ● und ○ gehören jeweils zur gleichen Messung

In diesem Kapitel wurde gezeigt, dass das Stroboskopische Modell die Verzögerungszeit τ , die stationäre Absorption A und die Anstiegszeit t_R in Abhängigkeit vom reduzierten Pumpfeld ϵ quantitativ beschreibt. Die komplizierten Vorgänge des Magnonenwachstums und -zerfalls lassen sich quantitativ beschreiben mit der klassischen Bewegungsgleichung für einen Magnetisierungsvektor im effektiven Feld und dem rücktreibenden Drehmoment $-\gamma \sin \theta$ als Dämpfung.

7 Parallelpumpen und Optische Bistabilität

Die Optische Bistabilität ist ein bekanntes nichtlineares Phänomen mit Hysterese [Gibbs et al. 1976, Bonifacio et al. 1978, Walls et al. 1981, Lugiato et al. 1984]. Sie ist gekennzeichnet durch einen Bereich mit zwei stabilen stationären Zuständen. Wird die einfallende Lichtamplitude über den oberen Schwellenwert erhöht, so springt die transmittierte Amplitude nach einer Verzögerungszeit τ zum oberen Ast (Fig. 7.1). Die Frequenzen des einfallenden und transmittierten Lichtes sind gleich.



Figur 7.1
Stationäre Zustände bei
der Optischen Bistabilität

Aus den Maxwell-Bloch-Gleichungen für ein Zwei-Niveau-System in Wechselwirkung mit einem elektromagnetischen Feld lässt sich die Verzögerungszeit τ numerisch berechnen:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= \frac{\gamma}{K}(xd - s) \\ \dot{d} &= \frac{-2\gamma}{K}[xs + (d - 1)] \\ \dot{x} &= -[2Cs + (x - y)]\end{aligned}\tag{17}$$

- s : Polarisation
- d : Inversion
- x,y : einfallende, transmittierte Lichtamplitude
- γ : Atom-Relaxationsrate
- k : Feld-Relaxationsrate

Die Berechnung wurde für den *good cavity case* ($k \ll \gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel}$) durchgeführt. Die Atomvariablen können dann adiabatisch eliminiert werden. Ausserdem wird Resonanz angenommen. Die Rechnung liefert für die Verzögerungszeit τ für $\epsilon \ll 1$:

$$\tau \sim \epsilon^{-1/2}$$

Im Gegensatz zur Optischen Bistabilität (OB), werden beim Paralelpumpen (PP) die Spins parametrisch angeregt: Es wird mit der doppelten Anregungsfrequenz gepumpt. Fig 7.2 zeigt stationäre Zustände für PP bei Resonanz.

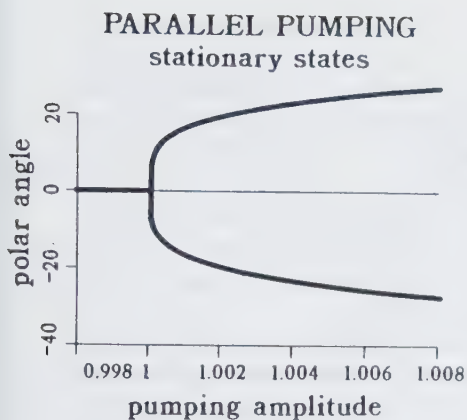
Unterhalb vom Schwellenfeld findet keine Absorption durch Instabilitäten statt (es gibt eine sehr kleine Absorption durch thermische Spinwellen). Beim Schwellenfeld beginnt die Absorption anzusteigen. Knapp über dem Schwellenfeld tritt die Absorption verzögert auf. Für die Verzögerungszeit τ gilt:

$$\tau \sim \epsilon^{-1}$$

Die stationären Zustände für den nichtresonanten Fall zeigt Fig.7.3. Hier tritt Hysterese auf.

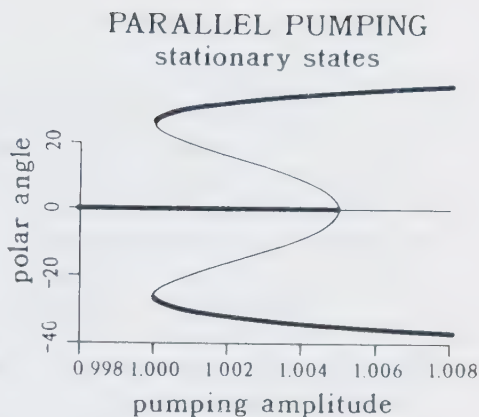
Die $\theta = 0$ -Werte oberhalb vom Schwellenfeld sind aus Symmetriegründen instabile Fixpunkte. (Spins parallel zum Pumpfeld koppeln nicht an dieses). Das bedeutet, dass thermische Fluktuationen nötig sind zum Einsatz der Anregung. Bei OB ist das nicht der Fall.

Für PP treffen sich beim Schwellenfeld ein stabiler Zustand mit zwei stabilen und einem instabilen Zustand. Für OB enden beim oberen Schwellenwert ein stabiler und ein instabiler Zustand.



Figur 7.2

Stationäre Zustände für Parallelpumpen bei Resonanz



Figur 7.3

Stationäre Zustände für Parallelpumpen ausserhalb Resonanz

Gegenüberstellung von PP und OB:

Parallelpumpen (PP)	Optische Bistabilität (OB)
$\omega_{\text{pump}} = \frac{\omega_k}{2}$	$\omega_{\text{pump}} = \omega_k$
$\tau \sim \epsilon^{-1}$	$\tau \sim \epsilon^{-1/2}$
null ist instabiler Fixpunkt	null ist <u>kein</u> instabiler Fixpunkt
thermische Fluktuationen sind notwendig	thermische Fluktuationen sind <u>nicht</u> notwendig
eine stabile Lösung - zwei stabile und eine instabile Lösung	eine stabile Lösung - eine instabile Lösung

Offensichtlich handelt es sich bei PP und OB um unterschiedliche Universalitätsklassen, was sich durch verschiedene Exponenten manifestiert.

8 Zusammenfassung

Es wurden Messungen mit Parallelpumpen im Schicht-Antiferro-Ferromagneten $(CH_2NH_3)_2CuCl_4$ durchgeführt. Dieser Kristall zeichnet sich durch eine extrem niedrige Spinwellendämpfung bei tiefen Temperaturen aus (Schwellenleistung $7\mu W$ bei $1.4K$). Gemessen wurde über dem Schwellenfeld in einem ϵ -Bereich von 10^{-4} bis 10^{-2} (reduziertes Pumpfeld $\epsilon = \frac{h-h_c}{h_c}$).

In diesem ϵ -Bereich tritt die Mikrowellenabsorption verzögert auf. Gemessen wurde die Ableitung der Absorption, weil das statische Magnetfeld mit einem schwachen Wechselfeld von $100kHz$ moduliert werden musste.

Nach dem Einschalten des Mikrowellenfeldes bleibt die Absorption zunächst unmessbar klein (während bis zu 10^8 Larmorperioden), steigt dann nahezu exponentiell an und geht schliesslich in einen stationären Zustand über. Die Verzögerungszeit τ nimmt zur Schwelle hin zu und divergiert am Schwellenwert. Die Absorption zeigt 'Critical Slowing Down'.

$$\tau \sim \epsilon^{-1}$$

Ferner fluktuiert τ in einem kleinen ϵ -Bereich bis ca. 3×10^{-3} über der Schwelle.

'Critical Slowing Down' und Fluktuationen der Verzögerungszeit treten auch beim 2.Ordnungs-Phasenübergang auf. Aber es gibt einen Unterschied: Das Mikrowellenfeld verursacht eine langreichweitige Ordnung. Dies bedingt klassische Exponenten, wie z.B. -1.

Die stationäre Ableitung der Absorption ist proportional zu ϵ . Mit linearer Extrapolation schneidet sie die x-Achse beim Schwellenfeld.

Die Messgrösse dA/dH steigt nicht kontinuierlich an mit zunehmenden ϵ , sondern zeigt eine Stufenstruktur. Ebenso die Verzögerungszeit in Abhängigkeit von ϵ . Möglicherweise handelt es sich hierbei um einzelne Spinwellenmoden mit unterschiedlichen Schwellenwerten.

Die Anstiegszeit t_R (Zeit vom Einsatz der starken Absorption bis zur Sättigung) ist umgekehrt proportional zu ϵ .

Zur Simulation von Parallelpumpen wurde das neue Stroboskopische Modell benutzt. Ausgangspunkt ist die klassische Bewegungsgleichung für einen Magnetisierungsvektor in einem effektiven Magnetfeld

$$\frac{1}{\gamma_g} \dot{\vec{M}} = \vec{M} \times \vec{h}$$

und einer zum statischen Feld rücktreibenden Dämpfung. Um den Transienten der Absorption zu berechnen, müsste diese Gleichung im Laborsystem integriert werden über ca. 10^8 Larmorperioden. Dieser enorme Aufwand lässt sich erheblich verringern, indem die Bewegungsgleichung über zwei Pumpperioden integriert wird. Mit den daraus resultierenden Gleichungen lässt sich der Transient der Absorption relativ einfach sukzessive berechnen.

Der berechnete Transient der Absorption stimmt qualitativ mit dem gemessenen überein: die Absorption bleibt zunächst sehr klein, steigt dann steil an und geht in einen stationären Zustand über. Zur Beschreibung des Transienten ist kein zusätzlicher Mechanismus erforderlich [Borovik-Romanov 1978].

Das Modell beschreibt den Transienten der Absorption auch quantitativ: Die Verzögerungszeit τ , die Absorption A und die Anstiegszeit t_R in Abhängigkeit von ϵ stimmen mit den Messungen überein.

Durch Berücksichtigung von thermischen Fluktuationen im Modell (Phase zwischen Pumpfeld und x-Komponente der Magnetisierung als zusätzlicher Parameter) konnten die Fluktuationen der Verzögerungszeit beschrieben werden.

Thermische Fluktuationen sind notwendig für den Einsatz der Anregung. Fluktuationen der Verzögerungszeit machen deshalb thermische Fluktuationen sichtbar.

Parallelpumpen (PP) und Optische Bistabilität (OB) haben Gemeinsamkeiten:

Es sind nichtlineare Anregungen, die einen Schwellenwert besitzen, und 'knapp' über der Schwelle tritt das Signal verzögert auf.

Aber es gibt Unterschiede:

Beim PP wird mit der doppelten Anregungsfrequenz gepumpt, bei OB mit der gleichen.

Null ist beim PP ein instabiler Fixpunkt; thermische Fluktuationen sind deshalb notwendig zum Einsatz der Anregung. Bei OB ist dies nicht der Fall.

Die kritischen Exponenten der Verzögerungszeit τ sind verschieden:

PP: $\tau \sim \epsilon^{-1}$,

OB: $\tau \sim \epsilon^{-1/2}$

Die Struktur am Schwellenwert ist verschieden:

PP: die stabile Nulllösung bifurkiert in zwei symmetrische stabile Lösungen; die Nulllösung besteht weiter, wird aber instabil.

OB: an der Schwelle enden eine stabile und eine instabile Lösung, beide ungleich Null.

PP und OB gehören zu unterschiedlichen Universalitätsklassen.

Anhang

Tabelle 1

Verzögerungszeit τ und Absorption A berechnet mit dem Stroboskopischen Modell gemäss Gl. (5) und (6).

$\epsilon = h - h_C/h_C$: reduziertes Pumpfeld

δ : Phasenunterschied zwischen Pumpfeld und x-Komponenten der Spins

Die Berechnung wurde mit folgenden Parametern durchgeführt:

RELAX	=	0.10;	ALPHA	=	1.00
BETA	=	0.00;	GAMMA-1	=	0.020
GAMMA-2	=	0.020;	FREQP pump	=	2.000
FC res. circuit	=	2.000;	Anisotropy-x	=	-0.200
Ht-z	=	2.030;	θ_0	=	1.0°
kn	=	80000;	kn2	=	160
kn4	=	10;	kn5	=	1

ohne Hysteresè (H0-z = 0.9000):

ϵ	τ			A
	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 90^\circ$	$\delta = 180^\circ$	
2.7×10^{-2}	216	236	392	.4910
2.0×10^{-2}	285	312	522	.3800
1.5×10^{-2}	366		688	.2970
1.0×10^{-2}	536	595	1015	.2050
7.0×10^{-3}			1552	
5.0×10^{-3}	1019	1136		.1080
2.0×10^{-3}	2429	2741	5075	.0458
1.0×10^{-3}	4544	5169	9838	.0235
5.0×10^{-4}	8503	9754	19103	.0120
1.0×10^{-4}	36030			.0246

mit Hysterese ($H_0 - z = 0.9100$):

ϵ	τ			A
	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 80^\circ$	$\delta = 160^\circ$	
1.99×10^{-2}	276	294	396	.636
9.98×10^{-3}	520		759	.444
5.00×10^{-3}	945	1025	1420	.337
2.02×10^{-3}	2000		3390	.258
1.02×10^{-3}	3450		6160	.234
5.22×10^{-4}	5850		11040	.222
2.24×10^{-4}	10600	12800	27000	.214

Tabelle 2

Gemessene Verzögerungszeit τ und Ableitung der Absorption dA/dH für verschiedene reduzierte Pumpfelder $\epsilon = h - h_C/h_C$.

Statisches Magnetfeld $H = 8831$ Oe; Temperatur $T = 1.4K$

ϵ	τ	dA/dH
1.41×10^{-4}	9.95	5.2
3.34×10^{-4}	7.74	6.0
5.32×10^{-4}	4.74	5.5
7.25×10^{-4}	4.42	6.0
9.17×10^{-4}	3.24	6.3
1.11×10^{-3}	2.49	6.8
1.31×10^{-3}	2.29	8.0
1.50×10^{-3}	2.21	8.4
1.69×10^{-3}	1.66	9.7
2.07×10^{-3}	1.42	10.5
2.27×10^{-3}	1.34	12.5
2.64×10^{-3}	1.22	13.2

Literaturverzeichnis

- Arend H., Huber W., Mischgofsky F.H., Richter-van Leeuwen,
J. Cryst. Growth 43 (1978) 213
- Barberis D., Waldner F., Arend H., J. Appl. Phys. 53 (1982) 8348
- Barberis D., Dissertation, Zürich (1983)
- Bonifacio R., Lugiato L.A., Opt. Commun. 19 (1976) 172;
- Bonifacio R., Lugiato L.A., Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 1023
- Borovik-Romanov A.S., Prozorova L.A., Contemp. Phys., 19 (1978) 311
- Floeder W., Barberis D.R., Warden M., Waldner F.,
J. Magn. Magn. Mat. 54-57 (1986) 1137
- Floeder W., Waldner F., Warden M., Proc. XXIII Congress Ampere
on Magnetic Resonance (Roma, 1986) 162
- Gibbs H.M., McCall S.L., Venkatesan T.N.C., Phys. Rev. Lett.
36 (1976) 1135
- Harris A.B., Kumar D., Halperin B.I., Hohenberg P.C.,
Phys. Rev. 3 (1971) 961
- Holstein T., Primakoff H., Phys. Rev. 58 (1940) 1098S
- Joseph R.I., Hartwig C.P., Kohane T., Schlömann E.,
J. Appl. Phys., 37 (1966) 1069
- Joseph R.I., Schlömann E., J. Appl. Phys., 38 (1967) 1915

- Känel v.H., Physica 96B (1979) 167
- Keffer F., Encyclopedia of Physics XVIII/2, Flügge S.,
Wijn H.P.J., eds., Springer, Berlin (1966)
- Kveder V.V., Kotyuzhanskii B.Ya., Prozorova L.A.,
Soviet Physics JETP, 36 (1973) 1165
- Lugiato L.A., Progr. in Optics XXI, ed. E. Wolf,
North-Holland, Amsterdam, (1984) 69 - 216
- Morgenthaler F.R., J. Appl. Phys. 31 (1960) 95S
- Nakamura T., Progr. Theor. Phys. 7 (1952) 539
- Nakamura K., Ohta S., Kawasaki K., J. Phys. C, 15 (1982) L143
- Schlömann E., Green J.J., Milano U., J. Appl. Phys. 53 (1960) 386S
- Tichy K., Benes J., Hälg W., Arend H.,
Acta Cryst. B34 (1978) 2970
- Waldner F., Barberis D.R., Yamazaki H., Phys. Rev. A 31 (1985) 420
- Walls D.F., Drummond P.D., McNeil K.J., Optical Bistability,
Bowden Ch., Ciftan M., Robl H.R., eds.,
Plenum, New York (1981) 51 - 83
- Zakharov V.E., L'vov V.S., Starobinets S.S.,
Sov. Phys.-Usp., 17 (1975) 896

Verdankungen

Ich danke allen herzlich, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt:

Herrn Prof. F. Waldner für die Aufgabenstellung und die vorzügliche Betreuung,

meinem Kollegen D. Barberis für die Einführung in das Arbeitsgebiet,

meinem Kollegen M. Warden für die anregenden Diskussionen,

Herrn Prof. H. Arend und seinen Mitarbeitern für die Herstellung der Kristalle,

Herrn L. Pauli für die Unterstützung bei technischen Problemen,

Herrn B. Schmid und seinen Mitarbeitern für die Ausführung der Werkstattarbeiten,

Herrn T. Crudeli für das Anfertigen von Zeichnungen,

dem Institutsvorsteher Prof. E. Brun und allen Mitarbeitern des Physik-Instituts für das angenehme Arbeitsklima,

sowie dem Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung und dem Kanton Zürich für die Anstellung und die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit.

LEBENS LAUF

Name, Vornamen: Floeder Wilfried Arnold
Staatsangehörigkeit: BRD
Geburt: 28. 11. 1953 in Waldshut

Besuchte Schulen:

1961 - 1966	Volksschule in Tiengen
1966 - 1971	Realschule in Tiengen
1971 - 1974	Technisches Gymnasium in Singen
1975 - 1980	Physikstudium an der Universität Konstanz
1980 - 1981	Diplomarbeit unter der Leitung von Prof. R. Weber
1981	Diplom in Experimentalphysik
1982 - 1986	Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Assistent am Physik-Institut der Universität Zürich bei Herrn Prof. F. Waldner, unter dessen Leitung diese Dissertation entstanden ist.

Besuchte Vorlesungen und Übungen bei folgenden Dozenten der Universitäten Konstanz und Zürich:

Audretsch, Beste Bömmel, Brintzinger, Brun, Bucher, Burkert, Dehnen, Dietrich, Ebner, Felsche, Graf, Greuter, Jäckle, Jochems, Keller, Korn, Maetzke, P.F. Meier, Neubauer, Recknagel, Schäfer, Schatz, Stachel, Stoss, Weidinger, Zibold

